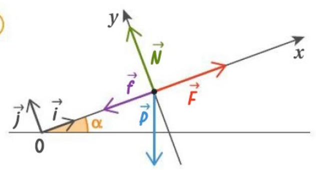
Chapitre05 « Deuxième loi de Newton » Corrigé

QCM 12 B 13 A 14 A et C 15 C 16 B 17 A 18 B 19 B 20 B et C 21 A 22 A et C 23 C

25 Une poulie

a) Le système est soumis à :
– son poids $\vec{P}$, vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg$;
– la réaction normale du support $\vec{N}$, perpendiculaire au plan et orientée vers le haut ;
– la tension du fil $\vec{F}$, parallèle au support et orientée vers le haut de la pente, de norme $F = 100$ N ;
– la force de frottement du support $\vec{f}$, parallèle au support, dans le sens opposé à celui du mouvement donc vers le bas.

b)



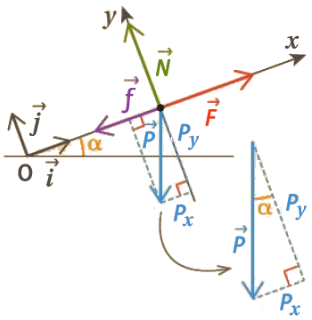
c) Le mouvement du bloc est rectiligne et uniforme. D'après la première loi de Newton, la somme vectorielle des forces appliquées au système est nulle :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} + \vec{N} = \vec{0}$$

On projette chaque force sur les axes $\vec{i}$ et $\vec{j}$. Leurs coordonnées sont :

$$\vec{f}\begin{pmatrix}-f\\0\end{pmatrix} \quad \vec{F}\begin{pmatrix}F\\0\end{pmatrix} \quad \vec{N}\begin{pmatrix}0\\N\end{pmatrix} \quad \vec{P}\begin{pmatrix}-P\sin\alpha\\-P\cos\alpha\end{pmatrix}$$

Projeter chaque force selon les axes $(0x)$ et $(0y)$. Utiliser les formules de trigonométrie.



Selon l'axe $(0x)$, la première loi de Newton devient :

$$-f + F - P\sin\alpha = 0 \quad \text{soit } f = F - P\sin\alpha$$

Selon l'axe $(0y)$, la première loi de Newton devient :

$$N - P\cos\alpha = 0 \quad \text{soit } N = P\cos\alpha$$

Numériquement, les normes des forces valent :
$P = mg = 10{,}0 \times 9{,}81 = 98{,}1$ N
$F = 100$ N
$f = F - P\sin\alpha = 100 - 98{,}1 \times \sin(20{,}0°) = 66{,}4$ N
$N = P\cos\alpha = 98{,}1 \times \cos(20{,}0°) = 92{,}2$ N

26 Vol d'un drone

1) **a.** D'après le graphique, l'accélération verticale du drone est constante et vaut $a_y = a = 2{,}0$ m·s^{-2}.

Par ailleurs, $a_y(t) = \dfrac{dv_y}{dt}(t)$. La primitive de a est donc la coordonnée verticale de la vitesse : $v_y(t) = at + b$, où b est une constante.

D'après les conditions initiales, $v_y(0) = 0$ m·s^{-1}. En utilisant l'expression ci-dessus à $t = 0$ s, on en déduit $v_y(0) = a \times 0 + b = 0$ soit $b = 0$ m·s^{-1}.
Donc $v_y(t) = at$, avec $a = 2{,}0$ m·s^{-2}.

De plus, $v_y(t) = \dfrac{dy}{dt}(t)$. La primitive de $v_y(t)$ est donc l'altitude :

$y(t) = \dfrac{1}{2}at^2 + c$, où c est une constante.

D'après les conditions initiales, $y(0) = 0$ m donc en utilisant l'expression ci-dessus à $t = 0$ s, on en déduit $y(0) = a \times 0^2 + c = 0$ soit $c = 0$ m.
Donc $y(t) = \dfrac{1}{2}at^2$, avec $a = 2{,}0$ m·s^{-2}.

b. Le système {drone} est soumis à :
– son poids $\vec{P}$, vertical et orienté vers le bas de norme $P = mg$;
– la force de poussée $\vec{F}$, verticale et orientée vers le haut.

On applique la deuxième loi de Newton au système {drone} dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$
En projection sur l'axe (0y), cela donne : $-P + F = ma_y$
D'après le graphique, $a_y > 0$ et donc $-P + F > 0$. On en déduit $F > P$.
La force de poussée est donc plus grande que le poids du drone.

c. D'après la question précédente, $-P + F = ma_y$.
On en déduit : $F = ma_y + P = ma_y + mg = m(a_y + g)$
On calcule : $F = 110 \times 10^{-3} \times (2{,}0 + 9{,}8) = 1{,}3$ N

2) **a.** On utilise l'équation horaire de l'altitude : $y(t) = \dfrac{1}{2}at^2$
Soit t_1 la durée au bout de laquelle le drone atteint l'altitude $y_1 = 25$ m.

On peut écrire : $y(t_1) = \dfrac{1}{2}a{t_1}^2 = y_1$ soit ${t_1}^2 = \dfrac{2y_1}{a}$, puis $t_1 = \sqrt{\dfrac{2y_1}{a}} = 5{,}0$ s.
Sachant que $v_y(t) = at$, la vitesse du drone à cet instant est :

$$v_y(t_1) = at_1 = 2{,}0 \times 5{,}0 = 10 \text{ m·s}^{-1}$$

b. Au-delà de 25 mètres, le drone est en mouvement rectiligne et uniforme. On applique la première loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$
En projection selon l'axe vertical, cela donne :
$-P + F = 0$ soit $F = P = mg = 110 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 1{,}1$ N

3) On étudie le système {drone + webcam} de masse $m_{tot} = m_w + m$, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il subit les mêmes forces que précédemment. La deuxième loi de Newton s'écrit :

$\vec{P} + \vec{F}_{max} = m_{tot}\vec{a}$ soit $-P + F_{max} = m_{tot}a_y$ en projection verticale.

Le décollage n'est possible que si l'accélération est orientée vers le haut.
Or, pour que a_y soit positive, il faut que $-P + F_{max} > 0$ donc que $F_{max} > P$.
Il faut donc que $m_{tot}g < F_{max}$ ou encore $m_{tot} < \dfrac{F_{max}}{g}$, d'où $m_w < \dfrac{F_{max}}{g} - m$.

On calcule $m_w < \dfrac{1{,}3}{9{,}8} - 110 \times 10^{-3}$ soit $m_w < 2{,}2 \times 10^{-2}$ kg.

Pour que le décollage soit assuré, la masse de la webcam doit être inférieure à 22 g.

27 a. Le système {drone} est soumis à :
- son poids $\vec{P}$, vertical et orienté vers le bas de norme $P = mg$;
- la force de poussée $\vec{F}$, verticale et orientée vers le haut de norme $F = 0{,}80$ N.
On applique la deuxième loi de Newton au système {drone} dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$$

En projection sur l'axe (Oy), cela donne $-P + F = ma_y$.
On en déduit $a_y = \dfrac{F-P}{m} = \dfrac{F-mg}{m} = \dfrac{F}{m} - g$
Par intégration par rapport au temps, on obtient :
$v_y(t) = \left(\dfrac{F}{m} - g\right)t + A$ où A est une constante.
D'après les conditions initiales, $v_y(0) = 0$ m·s^{-1} donc $A = 0$ m·s^{-1}.
L'expression de v_y est alors $v_y(t) = \left(\dfrac{F}{m} - g\right)t$.
On intègre de nouveau par rapport au temps, et on obtient $y(t) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{F}{m} - g\right)t^2 + B$ où B est une constante.
D'après les conditions initiales, $y(0) = h$.
On en déduit $B = h$ et donc l'expression de y devient :
$y(t) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{F}{m} - g\right)t^2 + h$

29 a. Le poids du vélo vaut $P = mg = 8{,}50 \times 9{,}81 = 83{,}4$ N.
b. La force exercée par q_1 sur q_2 a pour norme :

$$F_{1/2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1q_2|}{d^2} = 8{,}47 \times 10^{-6}\text{ N}$$

33 a. La pierre de curling est soumise à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, et la réaction normale du sol $\vec{R}$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.
b. Les deux forces s'exerçant sur la pierre sont dirigées selon l'axe vertical. Comme la pierre ne s'élève pas ou ne s'enfonce pas dans le sol, on en déduit que la somme vectorielle de ces deux forces est nulle, d'après la première loi de Newton. On a donc $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ soit, en projection verticale $R - P = 0$ d'où $P = R = mg = 177$ N.
c. La somme vectorielle des forces est nulle. Comme la pierre a été lancée, elle possède une vitesse initiale non nulle, d'après le principe d'inertie, elle est donc animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

35 a. On se place dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Le satellite est animé d'un mouvement circulaire et uniforme.
b. Le satellite n'est soumis qu'à une seule force, la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre $\vec{F}_{T/S}$ avec :

$$F_{T/S} = G\frac{m_T m_S}{(r_T + h)^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}97 \times 10^{24} \times 200 \times 10^3}{(6\,378 \times 10^3 + 250 \times 10^3)^2}$$

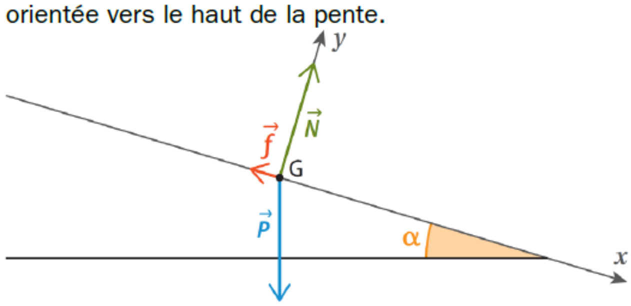
$F_{T/S} = 1{,}81 \times 10^6$ N
Cette force est dirigée selon l'axe Terre-satellite et orienté du satellite vers la Terre donc selon $-\vec{u}$.
On peut écrire $\vec{F}_{T/S} = -F_{T/S}\,\vec{u}$.
c. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au satellite, on peut écrire $\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$, où $\vec{a}$ est le vecteur accélération du centre de masse du satellite.
La norme du vecteur accélération vaut alors :

$$a = \frac{F_{T/S}}{m} = \frac{1{,}81 \times 10^6}{200 \times 10^3} = 9{,}06\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

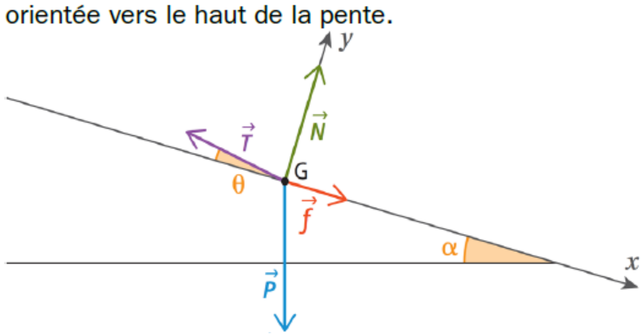
Le vecteur accélération est dirigée selon $-\vec{u}$.

36 a. On dérive l'équation horaire de la position pour obtenir l'équation horaire de la vitesse : $v_x = \frac{\text{d}x}{\text{d}t} = -4{,}0t + 8{,}0$
où v_x est exprimée en mètres par seconde.
De même, on dérive pour obtenir l'équation horaire de l'accélération :
$a_x = \frac{\text{d}v_x}{\text{d}t} = -4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
b. Le mouvement est rectiligne et ralenti.
c. La balle est soumise :
– à son poids $\vec{P}$, force verticale, dirigée vers le bas, de norme $P = mg$;
– à la réaction normale du sol $\vec{R}$, force verticale, dirigée vers le haut ;
– à la force de frottement $\vec{f}$, force horizontale, dirigée dans le sens opposé au mouvement.
La deuxième loi de Newton s'écrit : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$
Selon l'axe vertical, on peut écrire $-P + R = 0$. Puisqu'il n'y a pas d'accélération verticale, les forces $\vec{P}$ et $\vec{R}$ ont une somme vectorielle nulle.
On projette selon l'axe (Ox) : $-f = ma_x$ donc $f = -ma_x = 0{,}23$ N.

40 1. a. La voiture est soumise :
- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 1{,}23 \times 10^4$ N ;
- à la réaction normale du sol $\vec{N}$, dirigée selon (Oy) et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement $\vec{f}$, dirigée selon (Ox) et orientée vers le haut de la pente.



b. La voiture est immobile donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = \vec{0}$
On projette selon l'axe (Ox) : $-f + P\sin\alpha = 0$
On en déduit :
$f = P\sin\alpha = mg\sin\alpha = 1\,250 \times 9{,}81 \times \sin(16{,}7°)$
$f = 3{,}52 \times 10^3$ N
On projette selon l'axe (Oy) : $N - P\cos\alpha = 0$
On en déduit :
$N = P\cos\alpha = mg\cos\alpha = 1\,250 \times 9{,}81 \times \cos(16{,}7°)$
$N = 1{,}17 \times 10^4$ N
2. La voiture est désormais soumise :
- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 1{,}23 \times 10^4$ N ;
- à la réaction normale du sol $\vec{N}$, dirigée selon (Oy) et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement $\vec{f}$, dirigée selon (Ox) et orientée vers le bas de la pente ;
- à la force de tension du câble $\vec{T}$, dirigée selon l'axe du câble formant un angle θ avec l'axe (Ox) et orientée vers le haut de la pente.



La voiture est animée d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} + \vec{T} = \vec{0}$
On projette selon l'axe (Ox) : $f + P\sin\alpha - T\cos\theta = 0$
On en déduit : $f = T\cos\theta - mg\sin\alpha$
$f = 6{,}60 \times 10^3 \times \cos(10{,}0°) - 1\,250 \times 9{,}81 \times \sin(16{,}7°)$
$f = 2{,}98 \times 10^3$ N
On projette selon l'axe (Oy) : $N + T\sin\theta - P\cos\alpha = 0$
On en déduit : $N = mg\cos\alpha - T\sin\theta$
$N = 1\,250 \times 9{,}81 \times \cos(16{,}7°) - 6{,}60 \times 10^3 \times \sin(10{,}0°)$
$N = 1{,}06 \times 10^4$ N

46 D'après la deuxième loi de Newton : $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

a. $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ soit $\begin{cases} a_x = \dfrac{F_{1x}+F_{2x}}{m} = \dfrac{2-1}{1} = 1 \text{ m·s}^{-2} \\ a_y = \dfrac{F_{1y}+F_{2y}}{m} = 0 \text{ m·s}^{-2} \end{cases}$

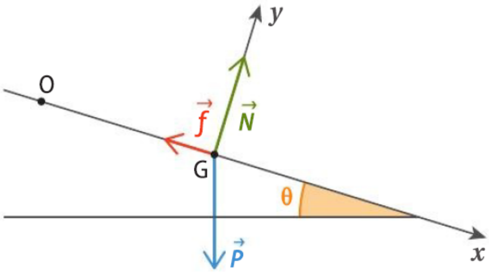
b. $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ soit $\begin{cases} a_x = \dfrac{F_{1x}+F_{2x}+F_{3x}}{m} = \dfrac{-1}{1} = -1 \text{ m·s}^{-2} \\ a_y = \dfrac{F_{1y}+F_{2y}+F_{3y}}{m} = \dfrac{1{,}5-0{,}5}{1} = 1 \text{ m·s}^{-2} \end{cases}$

c. $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ soit $\begin{cases} a_x = \dfrac{F_{1x}+F_{2x}}{m} = \dfrac{-1-1}{1} = -2 \text{ m·s}^{-2} \\ a_y = \dfrac{F_{1y}+F_{2y}}{m} = \dfrac{0{,}5-1{,}5}{1} = -1 \text{ m·s}^{-2} \end{cases}$

---

47 a. Le système est soumis :

– à son poids $\vec{P}$, vertical et vers le bas, de norme $P = mg = 785$ N ;
– à la réaction normale du sol $\vec{N}$, dirigée selon (Oy) et vers le haut ;
– à la force de frottement $\vec{f}$, dirigée selon (Ox) et vers le haut de la pente ;



b. La deuxième loi de Newton s'écrit : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$

On projette selon l'axe (Ox) : $-f + P\sin\theta = ma_x$ soit $a_x = \dfrac{mg\sin\theta - f}{m}$.

$a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$ donc par intégration : $v_x = \dfrac{mg\sin\theta - f}{m}t + A$

où A est une constante. D'après les conditions initiales :

$v_x(t = 0 \text{ s}) = A = 0 \text{ m·s}^{-1}$ donc $v_x(t) = \dfrac{mg\sin\theta - f}{m}t$.

De même, $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ donc par intégration $x = \dfrac{mg\sin\theta - f}{2m}t^2 + B$

où B est une constante. D'après les conditions initiales :

$v_x(t = 0 \text{ s}) = A = 0 \text{ m·s}^{-1}$ donc $v_x(t) = \dfrac{mg\sin\theta - f}{m}t$.

De même, $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ donc par intégration $x = \dfrac{mg\sin\theta - f}{2m}t^2 + B$

où B est une constante. D'après les conditions initiales :

$x(t = 0 \text{ s}) = B = 0$ m donc $x(t) = \dfrac{mg\sin\theta - f}{2m}t^2$.

c. Julien arrivera en bas de la pente lorsqu'il aura parcouru $d_1 = x(t_1) = \dfrac{mg\sin\theta - f}{2m}t_1^2$. On en déduit $t_1 = \sqrt{\dfrac{2md_1}{mg\sin\theta - f}} = 9{,}44$ s.

La vitesse atteinte vaut alors $v_x(t_1) = \dfrac{mg\sin\theta - f}{m}t_1 = 21{,}2 \text{ m·s}^{-1}$.

---

48 a. Par définition, une accélération est une variation de vitesse en une durée donnée.

Ici, $a = \dfrac{v_f - v_0}{\Delta t} = \dfrac{-v_0}{\Delta t} = \dfrac{-9{,}0}{3{,}0} = -3{,}0 \text{ m·s}^{-2}$.

Le vecteur accélération est dirigé selon l'axe de la pente, orienté vers le haut de la pente, dans le sens opposé à (Ox) et a pour norme $3{,}0 \text{ m·s}^{-2}$.
On a donc $a_x = -3{,}0 \text{ m·s}^{-2}$ et $a_y = 0 \text{ m·s}^{-2}$.

50 a. Le système est soumis :

- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :
$P = mg = 120 \times 9{,}81 = 1{,}18 \times 10^3$ N ;
- à la force de poussée $\vec{F}$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.

On applique la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$
Pour que le système décolle, il faut que l'accélération soit positive le long de l'axe vertical ascendant. Il faut donc $a_y > 0$ ce qui implique $P_y + F_y > 0$. En projection le long de l'axe vertical, cette expression donne $F > P$ soit $F > 1{,}18 \times 10^3$ N. La norme de la force de poussée doit donc être supérieure à $1{,}18 \times 10^3$ N.
b. D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$. On projette cette équation le long de l'axe vertical : $-P + F = ma$
On en déduit :

$a = \dfrac{F-P}{m} = \dfrac{1{,}66 \times 10^3 - 1{,}18 \times 10^3}{120} = 4{,}00 \text{ m·s}^{-2}$

c. $a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = a$ donc par intégration :
$v_y(t) = at + A$ où A est une constante.
D'après les conditions initiales, $v_y(t = 0) = A = 0$
donc $v_y(t) = at$.

De même, $v_y = \dfrac{dy}{dt}$ donc par intégration :

$y(t) = \dfrac{a}{2}t^2 + B$ où B est une constante.

D'après les conditions initiales, $y(t = 0) = B = 0$

donc $y(t) = \dfrac{a}{2}t^2$.

d. L'ascension est terminée au bout d'un temps $t_1 = 3{,}0$ s. À cet instant, l'altitude atteinte vaut
$y_1(t_1) = \dfrac{a}{2}t_1^2 = \dfrac{4{,}00}{2} \times 3{,}0^2 = 18$ m et la vitesse vaut
$v_y(t_1) = v_1 = at_1 = 12 \text{ m·s}^{-1}$.

---

59 1. a. On étudie la bille ramenée à son centre de masse G dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Elle subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la force de frottement $\vec{f}$.

La deuxième loi de Newton s'écrit donc :
$m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{f}$ soit $\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - \dfrac{k}{m}\vec{v}$.

On peut écrire aussi ceci : $\dfrac{d\vec{v}}{dt} = -\dfrac{k}{m}\left(\vec{v} - \dfrac{m}{k}\vec{g}\right)$,

qui est bien de la forme proposée avec $\tau = \dfrac{m}{k}$

et $\vec{v}_\ell = \dfrac{m}{k}\vec{g}$.

τ est en secondes puisque $\dfrac{1}{\tau}\vec{v}$ est homogène à une accélération. Et v_ℓ est en mètres par seconde puisque c'est homogène à une vitesse.
b. D'après les expressions du cours, on en déduit $\vec{v} = \vec{v}_\ell + \vec{A}e^{-t/\tau}$.
À $t = 0$ s, $\vec{v} = \vec{0}$, d'où $\vec{A} = -\vec{v}_\ell$ puis $\vec{v} = \vec{v}_\ell\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.

2. a. On détermine graphiquement τ comme l'abscisse de l'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote horizontale : $\tau = 0{,}09$ s
On détermine v_ℓ comme l'ordonnée de l'asymptote horizontale : $v_\ell = 0{,}9 \text{ m·s}^{-1}$
b. On en déduit $k = \dfrac{m}{\tau} = 2 \times 10^{-2} \text{ kg·s}^{-1}$.

64 Décollage de la fusée Ariane 5

1. Le débit massique total est :
$D = 270 + 2 \times 1{,}8 \times 10^3 = 3{,}87 \times 10^3$ kg·s^{-1}
Pendant $\Delta t = 2{,}4$ s, la masse éjectée est donc :
$m_{éj} = D\Delta t = 9{,}3 \times 10^3$ kg soit 9,3 tonnes.
La masse au décollage étant m = 750 à 780 tonnes, cette masse éjectée est donc négligeable devant la masse initiale de la fusée. On peut donc considérer que la masse totale de la fusée est constante pendant la durée de l'étude.

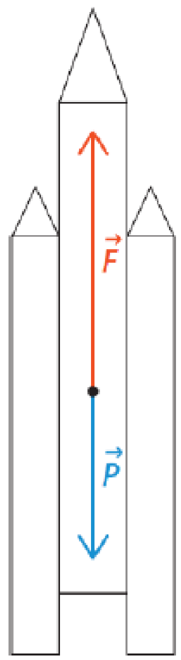
2. On mesure sur la photo $y_1 = 2{,}0$ cm, puis $y_5 = 2{,}7$ cm. Comme $y_1 = 30{,}1$ m en réalité, on en déduit $y_5 = 30{,}1 \times \dfrac{2{,}7}{2{,}0} = 41$ m.

3.1. On peut écrire $v_2 = \dfrac{33{,}3 - 30{,}1}{1{,}00 - 0{,}20} = 4{,}00$ m·s^{-1}.
C'est bien ce qu'on lit sur le graphique à 0,6 s.

3.2. On modélise les points du graphique par une droite. L'accélération de la fusée est le coefficient directeur de la droite et vaut $\dfrac{15}{2{,}2} = 6{,}8$ m·s^{-2}, voisin de 7 m·s^{-2}.

3.3. Le vecteur accélération est vertical car le mouvement est vertical, et orienté vers le haut car la vitesse verticale croît au cours du temps.

4. Voir schéma ci-contre.



5. La fusée subit son poids $\vec{P}$, vertical et vers le bas, de norme $P = mg$, et la force de poussée $\vec{F}$, verticale et vers le haut.
La deuxième loi de Newton s'écrit :
$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F}$ d'où l'on déduit $\vec{F} = m\vec{a} - \vec{P}$, de norme $F = ma + mg = 1{,}3 \times 10^7$ N.
C'est bien cohérent avec les 13 000 kN de poussée annoncés.